

ỨNG DỤNG PHẦN MỀM MATLAB VẼ BIỂU ĐỒ MÔ MEN UỐN KẾT CẤU DẦM BẰNG PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ

APPLYING MATLAB SOFTWARE DRAW BENDING MOMENT DIAGRAM OF BEAM STRUCTURE BY COORDINATION METHOD

ThS. Cao Quốc Khánh

Khoa Xây dựng - Trường ĐHXD Miền Tây

Email: caoquockhanh@mtu.edu.vn

Điện thoại: 0856 826 750

Ngày nhận bài: 28/02/2023

Ngày gửi phản biện: 13/03/2023

Ngày chấp nhận đăng: 20/03/2023

Tóm tắt:

Bài báo giới thiệu một phương pháp mới tính mô men uốn bằng cách sử dụng phương pháp giải tích kết hợp với hệ toạ độ của các thành phần lực nhằm đưa ra được công thức chính xác tính toán mô men uốn của các hệ kết cấu tĩnh định. Kết cấu dầm là kết cấu cơ bản mang tính biểu tượng trong xây dựng. Do đó, tác giả chọn kết cấu dầm để minh họa tính toán mô men uốn bằng các công thức có sử dụng toạ độ của các lực tập trung, phản lực liên kết, lực phân bố, mô men... Trong bài báo này, tác giả sử dụng công cụ lập trình Matlab thiết lập và vẽ biểu đồ mô men dầm đơn giản hai gối tựa với đầy đủ các thành phần lực. Kết quả tạo ra hoàn toàn dễ dàng được kiểm chứng với phương pháp giải tích hoặc các phần mềm cơ bản tính mô men uốn như Mdsolids, Sap, Etabs...

Từ khóa: Matlab; dầm; biểu đồ mô men uốn, phương pháp toạ độ.

Abstract:

This paper proposed a new method of calculating internal force by using analytical method combined with the coordinate system of force components to give an accurate formula for calculating internal force of stationary structural systems. The beam structure is an iconic basic structure in construction. Therefore, the author chooses the beam structure to illustrate the calculation of internal forces by formulas using the coordinates... In this paper, the author uses the Matlab programming tool to set up and draw a simple beam moment diagram. The results are easily verified with analytical methods or basic internal force calculation software such as Mdsolids, Sap, Etabs...

Keywords: Mathcad; beam structure; internal force diagram; coordinate method; analytical method.

1. Đặt vấn đề

Hiện nay tuy có nhiều phương pháp được sử dụng để phân tích mô men uốn kết cấu xây dựng như: phương pháp giải tích [1,2], phương pháp phần tử hữu hạn [3], phương pháp sai phân hữu hạn... Phương pháp giải tích tuy mang tính chính xác tuyệt đối nhưng lại khó khăn trong việc giải các bài toán phức tạp, còn phương pháp phần tử hữu hạn tuy có thể module hoá các phần tử để giải các bài toán phức tạp tuy nhiên lại không thể đưa ra các công thức chính xác. Tuy nhiên để đạt độ chính xác cao thì số lượng phần tử được xem xét tính toán phải càng lớn, vấn đề này đòi hỏi khả năng và thời gian tính toán lớn. Do đó tác giả đề xuất ý tưởng sử dụng hệ tọa độ kết hợp với phương pháp giải tích để có thể giải nhanh các bài toán phức tạp mà vẫn có thể đưa ra được công thức giải tích chính xác.

Do đó trong bài báo này, nhóm tác giả muốn giới thiệu thêm một công cụ lập trình đặc biệt là phần mềm Matlab [4,5].

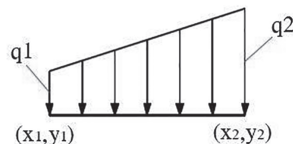
Matlab là tên viết tắt của Matrix laboratory phần mềm được MathWorks thiết kế để cung cấp môi trường lập trình và tính toán kỹ thuật số. Matlab cho phép bạn sử dụng ma trận để tính toán các con số, vẽ thông tin cho các hàm và đồ thị, chạy các thuật toán, tạo giao diện người dùng. Do đó phần mềm Matlab đặc biệt quan trọng và hữu dụng cho các bạn sinh viên nói riêng cũng như các nhà khoa học nói chung. Tác giả dùng phần mềm Matlab để thực hiện tính toán cũng như vẽ biểu đồ mô men của dầm đơn giản.

2. Nội dung**2.1. Giới thiệu phương pháp tọa độ**

Phương pháp tọa độ với cốt lõi là thiết lập 3 phương trình cân bằng với điểm mới là tọa độ hoá các giá trị lực tập trung, lực phân bố, phản lực, mô men. Bằng cách này ta có thể module hoá được các bài toán tìm phản lực liên kết và xác định mô men uốn một cách chính xác. Việc này giúp ta giải các bài toán phức tạp một cách nhanh chóng mà vẫn đạt được độ

chính xác tuyệt đối do bản chất vẫn là sử dụng phương pháp giải tích để thiết lập phương trình cân bằng.

Cách xác định hợp lực của lực phân bố:



Hình 1. Minh họa lực phân bố q

$$Q = \sqrt{\left(\frac{(q_1 + q_2)(x_2 - x_1)}{2}\right)^2 + \left(\frac{(q_1 + q_2)(y_2 - y_1)}{2}\right)^2}$$

Toạ độ của hợp lực Q khi này sẽ là:

Chữ nhật:

$$Xq = \frac{1}{2}(x_1 + x_2); Yq = \frac{1}{2}(y_1 + y_2)$$

Vuông:

$$Xq = \left(\frac{1}{3}x_1 + \frac{2}{3}x_2\right); Yq = \left(\frac{1}{3}y_1 + \frac{1}{3}y_2\right)$$

Công thức xác định tổng hình chiếu theo phương OX và OY:

Lực P có toạ độ là (x, y) và hợp với trục OX một góc α thì hình chiếu của lực P lần lượt đối với trục OX và OY là:

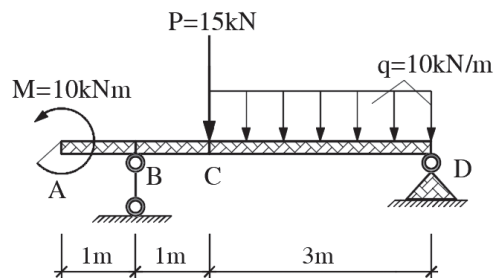
$$P_x = P \cos \alpha; P_y = P \sin \alpha$$

Khi đó moment của lực P đối với điểm O $(0;0)$ được xác định bởi ma trận sau:

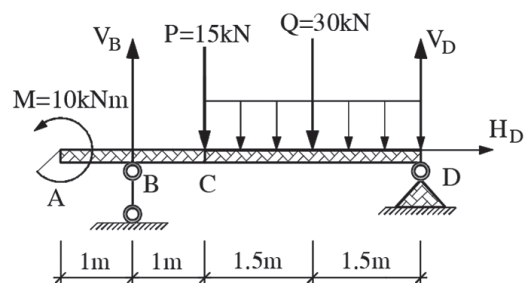
$$M_O(P) = \det \begin{bmatrix} x_P & y_P \\ P_x & P_y \end{bmatrix} = P_y x_P - P_x y_P$$

2.2. Ví dụ tính toán

Xác định phản lực liên kết và mô men uốn của hệ dầm 2 gối tựa như hình 2.



Hình 2. Sơ đồ tính hệ dầm đơn giản 2 gối tựa



Hình 3. Vẽ phản lực liên kết và hợp lực Q

• Xác định các thành phần phản lực sử dụng phương pháp giải tích:

Xét cân bằng toàn hệ:

$$-\sum X = 0 \Leftrightarrow H_D = 0$$

$$\Leftrightarrow H_D = 0$$

$$-\sum M_B = 0 \Leftrightarrow M - P - 2,5Q + 4V_D = 0$$

$$\Leftrightarrow 10 - 15 - 75 + 4V_D = 0$$

$$\Leftrightarrow V_D = 20kN$$

$$-\sum Y = 0 \Leftrightarrow V_B - P - Q + V_D = 0$$

$$\Leftrightarrow V_B - 15 - 30 + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow V_B = 25kN$$

• Xác định các thành phần phản lực sử dụng phương pháp toạ độ:

- Xác định toạ độ các thành phần lực:

$$M(0,0); M=10kN.m$$

$$V_B(1,0); \alpha = 90^\circ$$

$$V_D(5,0); \alpha = -90^\circ$$

$$H_D(5,0); \alpha = 0^\circ$$

$$\begin{aligned} P(2,0); P=15\text{kN}, \alpha &= -90^\circ \\ q_C(2,0); q=10\text{kN/m}, \alpha &= -90^\circ \\ q_D(5,0); q=10\text{kN/m}, \alpha &= -90^\circ \end{aligned}$$

- Áp dụng công thức tọa độ xác định hợp lực Q ta được:

$$\begin{aligned} Q &= \sqrt{\left(\frac{(q_1 + q_2)(x_2 - x_1)}{2}\right)^2 + \left(\frac{(q_1 + q_2)(y_2 - y_1)}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{(10+10)(5-2)}{2}\right)^2 + \left(\frac{(10+10)(0-0)}{2}\right)^2} \\ &= 30\text{kN} \\ Q\left(\frac{x_2 + x_1}{2}; \frac{y_2 + y_1}{2}\right) &= (3, 5; 0) \end{aligned}$$

- Áp dụng công thức tọa độ lập 3 phương trình cân bằng:

$$\begin{aligned} \sum X &= V_B \cos \alpha_{V_B} + P \cos \alpha_P + Q \cos \alpha_Q \\ + V_D \cos \alpha_{V_D} + H_D \cos \alpha_{H_D} &= 0 \\ \Leftrightarrow H_D &= 0 \end{aligned}$$

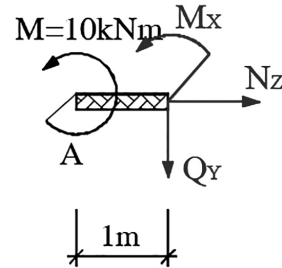
$$\begin{aligned} \sum Y &= V_B \sin \alpha_{V_B} + P \sin \alpha_P + Q \sin \alpha_Q \\ + V_D \sin \alpha_{V_D} + H_D \sin \alpha_{H_D} &= 0 \\ \Leftrightarrow V_B - P - Q + V_D &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_0 &= M + V_B \cos \alpha_{V_B} x_{V_B} - V_B \sin \alpha_{V_B} y_{V_B} \\ + P \cos \alpha_P x_P - P \sin \alpha_P y_P + \dots &= 0 \\ \Leftrightarrow V_B + 5V_D - 125 &= 0 \end{aligned}$$

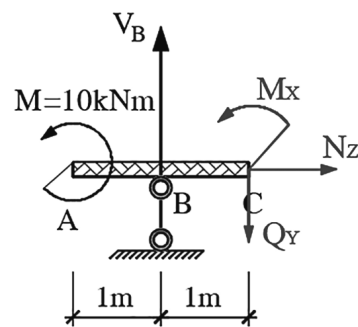
$$\Rightarrow \begin{cases} V_B = 25\text{kN} \\ V_D = 20\text{kN} \end{cases}$$

- Ta nhận thấy kết quả từ phương trình tọa độ trùng khớp với kết quả giải tích.

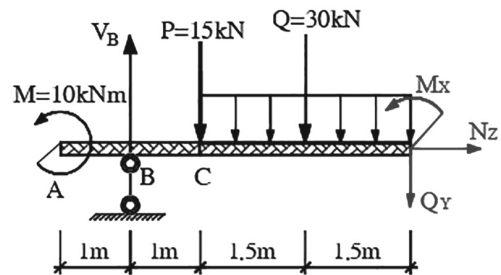
- Áp dụng phương pháp mặt cắt kết hợp tọa độ để tìm các giá trị mô men cần thiết, ta chọn 4 vị trí cắt là A, B, C và D:



Hình 4. Mô men uốn tại vị trí điểm B



Hình 5. Mô men uốn tại vị trí điểm C

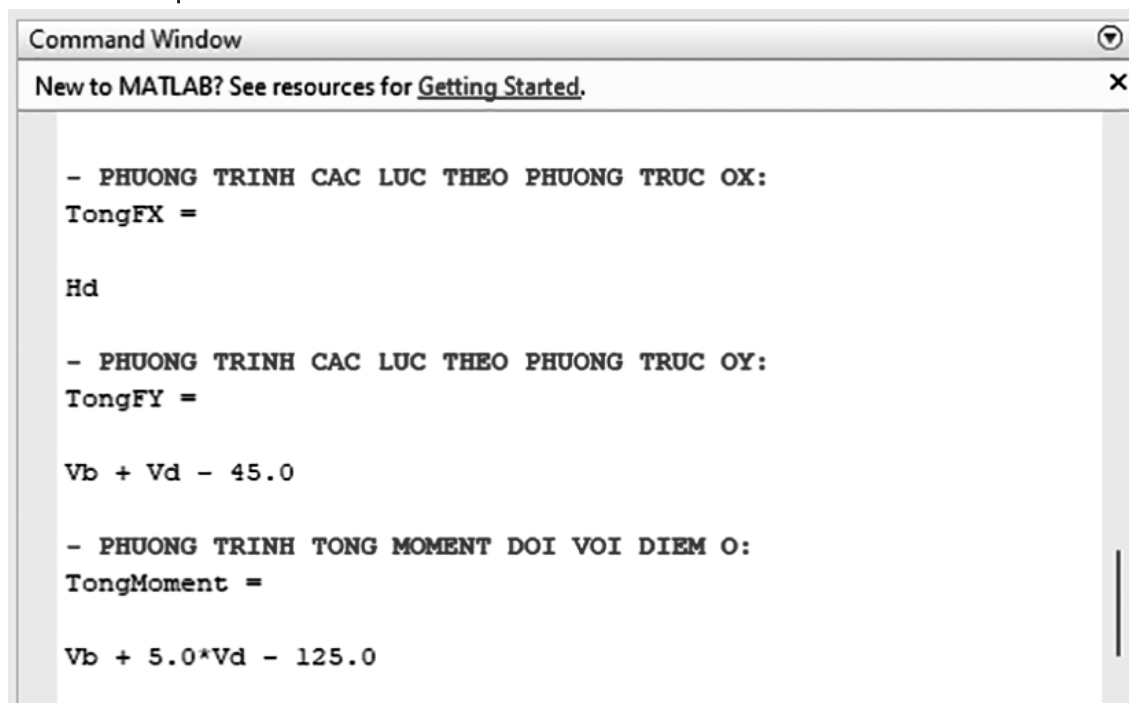


Hình 6. Mô men uốn tại vị trí điểm D

- Tương tự như trên, ta sử dụng các phương pháp giải tích (3 phương trình cân bằng) ta lần lượt tìm ra các giá trị mô men tại A, B, C, D lần lượt là:

$$\begin{aligned} M_A^{tr} &= 0; M_A^{ph} = -10; \\ M_B^{tr} &= -10; M_B^{ph} = -10; \\ M_C^{tr} &= 15; M_C^{ph} = 15; \\ M_D^{tr} &= 0; M_D^{ph} = 0; \end{aligned}$$

- Các kết quả xuất từ Matlab:



```

Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.

- PHƯƠNG TRÌNH CÁC LỰC THEO PHƯƠNG TRỤC OX:
TongFX =

Hd

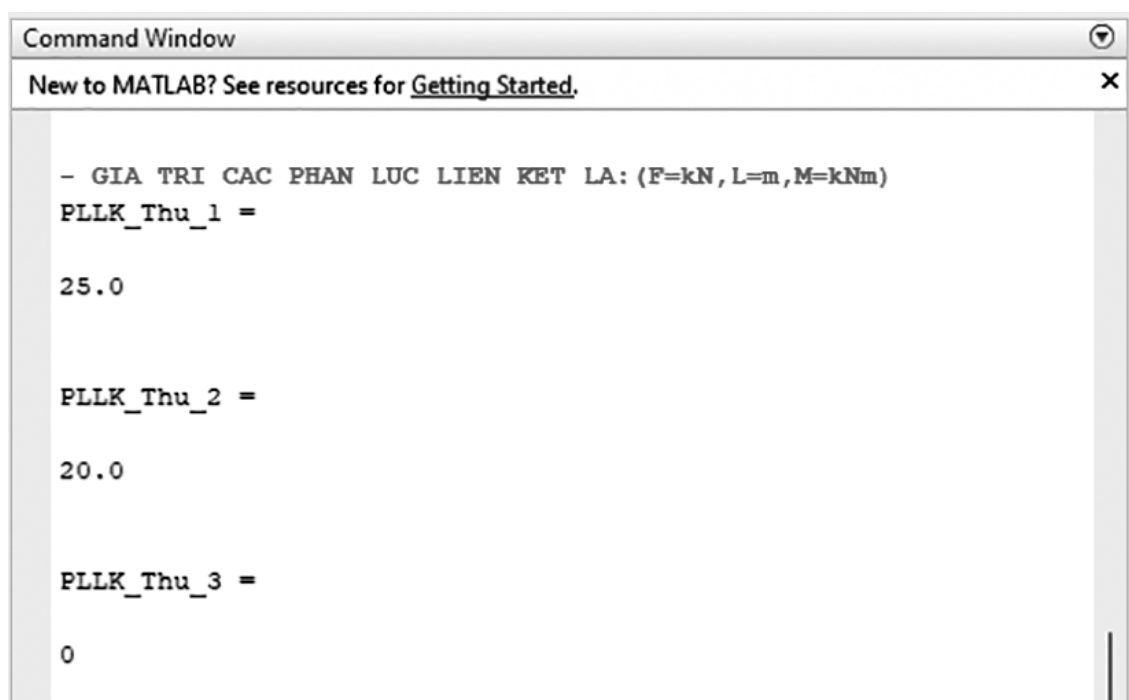
- PHƯƠNG TRÌNH CÁC LỰC THEO PHƯƠNG TRỤC OY:
TongFY =

Vb + Vd - 45.0

- PHƯƠNG TRÌNH TONG MOMENT ĐỐI VỚI ĐIỂM O:
TongMoment =

Vb + 5.0*Vd - 125.0
    
```

Hình 7. Ba phương trình cân bằng



```

Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.

- GIÁ TRỊ CÁC PHÂN LỰC LIÊN KẾT LA: (F=kN, L=m, M=kNm)
PLLK_Thu_1 =

25.0

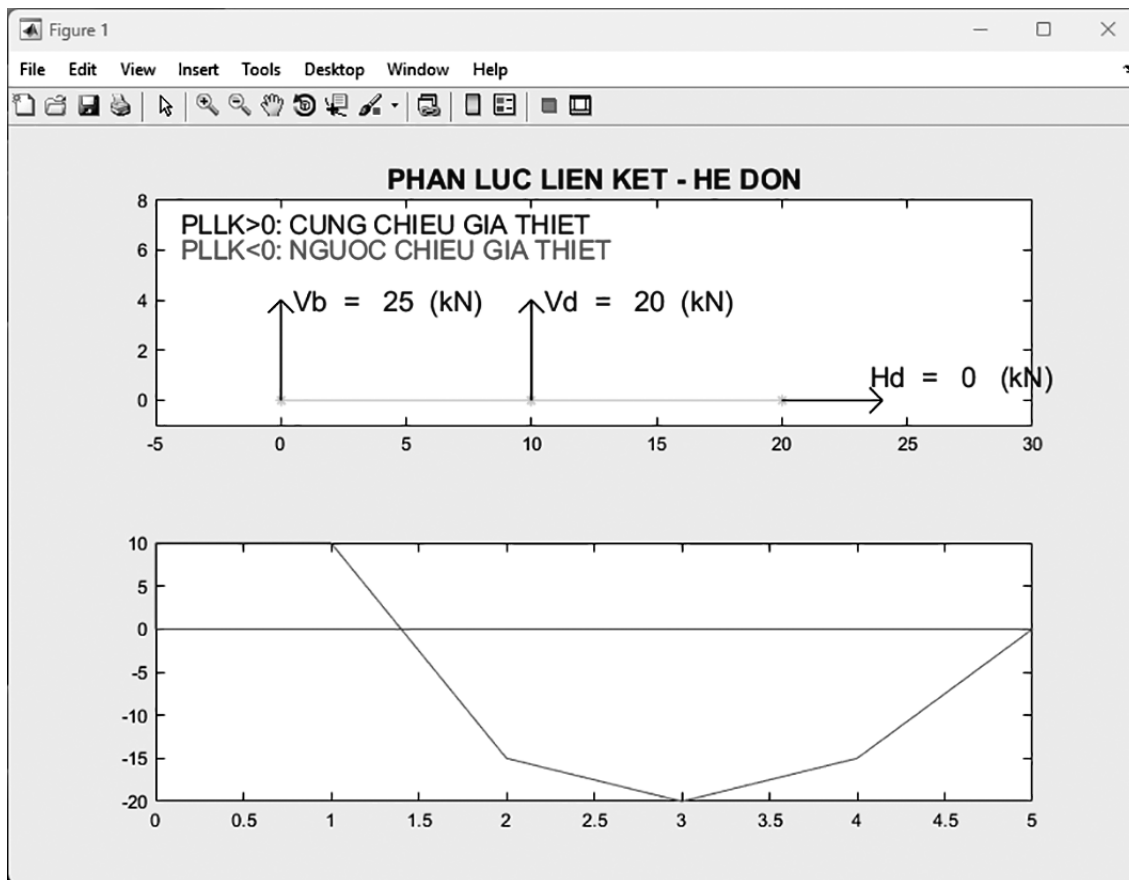
PLLK_Thu_2 =

20.0

PLLK_Thu_3 =

0
    
```

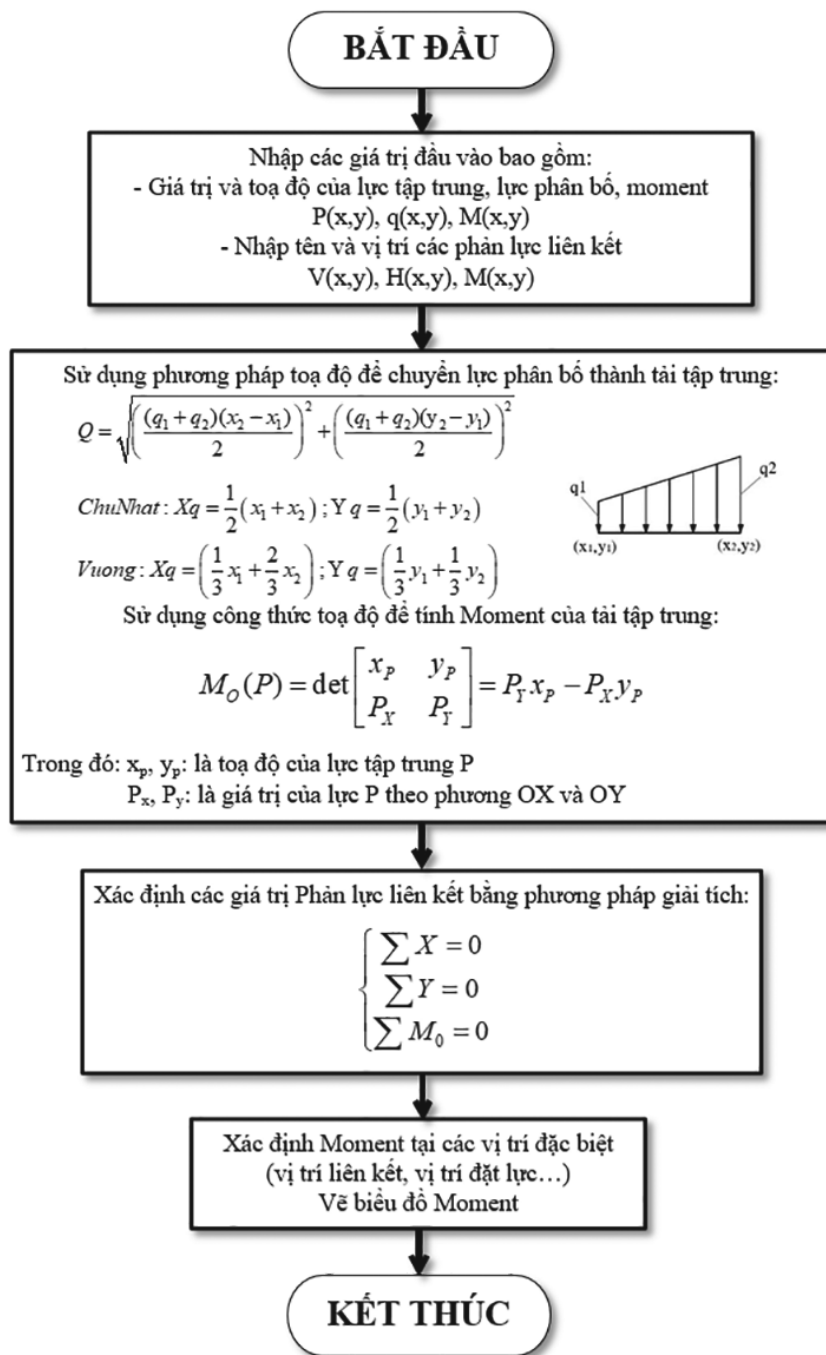
Hình 8. Giá trị phân lực liên kết



Hình 9. Giá trị phản lực liên kết và Biểu đồ mô men

- Ta có thể dễ dàng nhận thấy các giá trị momen tính toán tại các vị trí mặt cắt A, B, C, D hoàn toàn chính xác. Tuy nhiên đoạn CD nơi có lực phân bố thì chưa thể hiện chính xác, nếu muốn thể hiện chính xác đoạn CD thì ta phải cắt đoạn CD tại nhiều vị trí và tìm vị trí cực trị để có thể vẽ được biểu đồ cong một cách chính xác hơn.

3. Sơ đồ khối giải bài toán mô men uốn Dầm bằng phương pháp tọa độ



Hình 10. Sơ đồ khối phương pháp toạ độ

5. Kết luận

Dựa trên các kết quả thu được nhóm tác giả có một số nhận xét như sau:

- Về độ chính xác thì phương pháp tọa độ cho độ chính xác trùng khớp với phương pháp giải tích bởi vì cốt lõi của phương pháp tọa độ chính là thiết lập các phương trình cân bằng của phương pháp giải tích.

- Công cụ lập trình Matlab giúp việc tính toán và vẽ biểu đồ mô men với tốc độ rất nhanh. Cụ thể thời gian giải bài toán và vẽ biểu đồ mô men của bài toán trên chỉ mất thời gian 2.34s.

- Với sự kết hợp giữa phương pháp tọa độ và phần mềm Matlab đã giúp cho việc phân tích mô men uốn trở nên đơn giản, nhanh chóng và chính xác gần như tuyệt đối. Việc này giúp ta tận dụng được sức mạnh của máy tính mà vẫn tìm mô men uốn được bằng phương pháp giải tích để đưa ra các công thức chính xác.

Qua bài báo này nhóm tác giả mong muốn giới thiệu thêm một phương pháp mới và một công cụ lập trình rất mạnh là Matlab trong việc giải quyết bài toán mô men uốn hệ kết cấu tĩnh định.

Tài liệu tham khảo

[1].T.T. Hỉ & Đ.T. Tân, *Giáo trình Cơ học lý thuyết*. Nhà xuất bản: Đại học quốc gia TP. Hồ Chí Minh, 2022.

[2].R.C. Hibbeler, *Engineering Mechanics Statics & Dynamics*, fourteenth edition. Place of publication: Pearson, 2020. ISBN-10:0-13-391542-5.

[3].D. Hutton, *Fundamentals of finite element analysis* cs. Place of publication: McGraw-Hill, 2004.

[4].Matlab Homepage < <https://www.mathworks.com> >.

[5].The MathWorks Inc, *Symbolic math toolbox User's guide*, 2016.